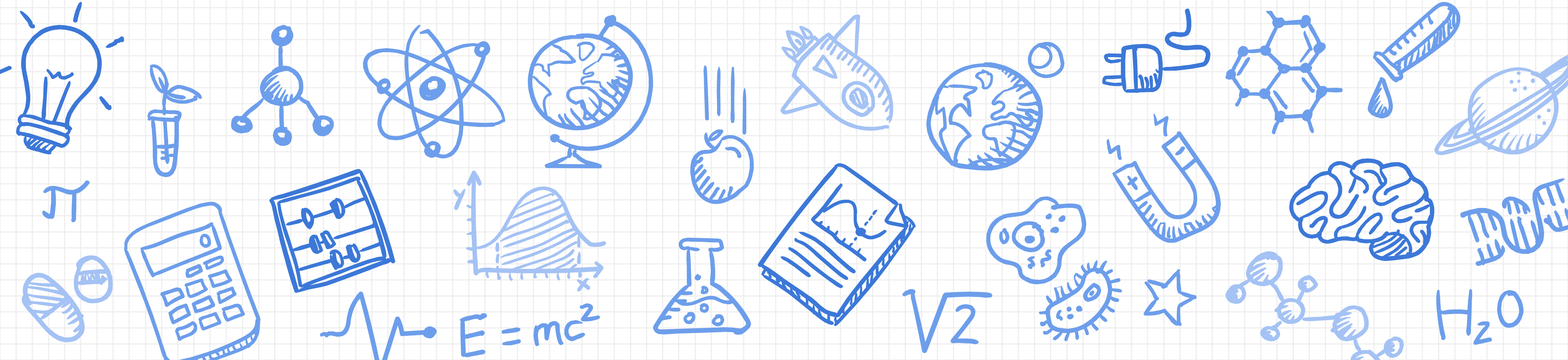
ВИДАВНИЦТВО РАНОК

ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ



Сформулюйте означення похідної функції.

Похідною функції $y = f(x)$ у точці x_0 називають границю відношення приросту функції в точці x_0 до приросту аргумента, коли приріст аргумента прямує до нуля.

$$\boxed{f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}}$$

Операцію знаходження похідної називають диференціюванням.

У чому полягає геометричний зміст похідної?

Геометричний зміст похідної

Значення похідної в точці x_0 дорівнює:

- тангенсу кута α між дотичною до графіка функції в точці з абсцисою x_0 і додатним напрямком осі Ox;

- кутовому коефіцієнту дотичної.

$$\boxed{f'(x_0) = \mathrm{tg}\,\alpha = k}$$

Запишіть рівняння дотичної до графіка функції.

Рівняння дотичної до графіка функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою x_0

$$\boxed{y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)}$$

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

У чому полягає фізичний зміст похідної ?

Фізичний зміст похідної

Похідна характеризує швидкість зміни функції при зміні аргумента.

Наприклад,

$s = s(t)$ – залежність пройденого шляху від часу;

$v = s'(t)$ – швидкість прямолінійного руху;

$a = v'(t)$ – прискорення прямолінійного руху.

Запишіть правила диференціювання.

Правила диференціювання

$(cu)' = cu'$ – (сталий множник можна виносити за знак диференціювання)

$(u + v)' = u' + v'$ – похідна суми функцій

$(uv)' = u'v + v'u$ – похідна добутку функцій

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$ – похідна частки функцій

$(f(u(x)))' = f'_u(u) \cdot u'_x(x)$ – похідна складеної функції

Сформулюйте достатні умови зростання й спадання функції.

Достатня умова зростання функції

Якщо в кожній точці інтервалу $(a; b)$ $f'(x) > 0$, то функція $f(x)$ зростає на цьому інтервалі.

Достатня умова спадання функції

Якщо в кожній точці інтервалу $(a; b)$ $f'(x) < 0$, то функція $f(x)$ спадає на цьому інтервалі.

Сформулюйте означення критичних точок функції.

Критичними точками функції називають внутрішні точки її області визначення, у яких похідна функції дорівнює нулю або не існує.

Сформулюйте необхідну і достатню умови екстремуму.

Необхідна умова екстремуму

У точках екстремуму похідна функції $f(x)$ дорівнює нулю або не існує.

Достатня умова екстремуму

Якщо функція $f(x)$ неперервна в точці x_0 і похідна $f'(x)$ змінює знак при переході через точку x_0, то x_0 — точка екстремуму функції $f(x)$.

- Сформулюйте означення точок максимуму і мінімуму функції.

- Сформулюйте означення екстремумів функції.

Якщо x_0 – точка екстремуму функції $f(x)$ і похідна $f'(x)$ при переході через точку x_0 змінює знак:

- із «$+$» на «$-$», то x_0 – **точка максимуму** функції $f(x)$;
- із «$-$» на «$+$», то x_0 – **точка мінімуму** функції $f(x)$.

Значення функції в точках максимуму і мінімуму називають **екстремумами (максимумом і мінімумом) функції.**

Наведіть загальну схему дослідження функції для побудови її графіка.

Загальна схема дослідження функції

1. Знайти область визначення функції.
2. Дослідити функцію на парність (або непарність) та періодичність.
3. Знайти точки перетину графіка з осями координат.
4. Знайти похідну і критичні точки функції.
5. Знайти проміжки зростання, спадання та точки екстремуму (і значення функції в цих точках).
6. Дослідити поведінку функції на кінцях проміжків області визначення.
7. Якщо необхідно, знайти координати додаткових точок.
8. На підставі проведеного дослідження побудувати графік функції.

Наведіть схему знаходження найбільшого і найменшого значень функції, неперервної на відрізку.

Схема знаходження найбільшого і найменшого значень функції, неперервної на відрізку

1. Упевнитися, що заданий відрізок входить до області визначення функції $f(x)$.
2. Знайти похідну функції.
3. Знайти критичні точки функції.
4. Вибрати критичні точки, які належать заданому відрізку.
5. Обчислити значення функції в критичних точках і на кінцях відрізка.
6. Порівняти одержані значення функції та вибрати з них найменше і найбільше.

Сформулюйте властивості найбільшого або найменшого значення функції, неперервної на інтервалі.

Властивості найбільшого або найменшого значення функції, неперервної на інтервалі

Якщо неперервна функція $f(x)$ має на заданому інтервалі тільки одну точку екстремуму x_0 і це:

- точка мінімуму, то на заданому інтервалі функція набуває свого найменшого значення в точці x_0;
- точка максимуму, то на заданому інтервалі функція набуває свого найбільшого значення в точці x_0.

Бажаю успіхів!