

# ОРТОГОНАЛЬНЕ ПРОЄКТУВАННЯ

## План

1. Поняття ортогонального проєктування.
2. Теорема про площу ортогональної проєкції многокутника.

Опрацювати §14 на стр. 269. Виконати:

- вправи 14.3 – 14.9;
- практичну роботу №2;
- контрольну роботу №2.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА З ГЕОМЕТРІЇ №2

### Двогранний кут. Перпендикулярність площин. Ортогональне проєктування

#### Варіант 1

1. До площини трикутника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) проведено перпендикуляр  $AS$  (рис. 1). Укажіть відстань від точки  $S$  до прямої  $BC$ .

А  $SB$                       Б  $SC$                       В  $SA$                       Г Інша відповідь

2. Дано дві площини  $\alpha$  і  $\beta$ ;  $\alpha \perp \beta$ ;  $c$  — пряма перетину площин;  $A \in \alpha$ ;  $AC \perp c$  (рис. 2). Чи правильно, що  $AC$  — відстань від точки  $A$  до площини  $\beta$ ?

А Так    Б Ні  
В Не можна визначити                      Г Інша відповідь

3. Дано куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  зі стороною 5 см (рис. 3). Знайдіть відстань між  $CC_1$  і  $AD$ .

А 10 см                      Б  $5\sqrt{2}$  см                      В 5 см                      Г Інша відповідь

4. Дано куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  (рис. 3). Знайдіть кут між прямими  $CC_1$  і  $AD$ .

А  $45^\circ$     Б  $0^\circ$   
В  $90^\circ$     Г Не можна визначити

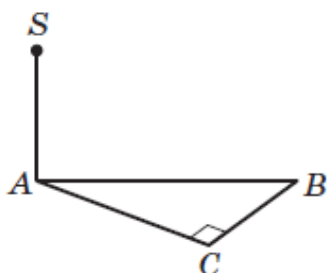


Рис. 1

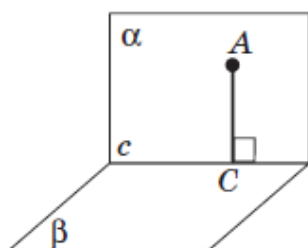


Рис. 2

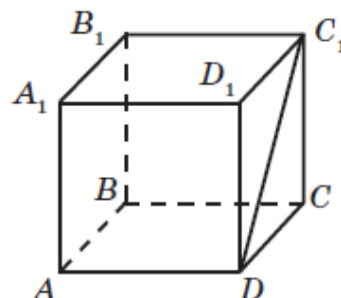


Рис. 3

5. Дано куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  зі стороною 10 см (рис. 3). Знайдіть відстань між прямими  $A_1 D_1$  і  $C_1 D$ .
- А  $5\sqrt{2}$  см      Б 10 см      В  $10\sqrt{2}$  см      Г 5 см
6. Площа многокутника дорівнює  $6 \text{ см}^2$ , а площа його ортогональної проекції —  $3 \text{ см}^2$ . Знайдіть кут між площиною многокутника і площиною його проекції.
- А  $45^\circ$       Б  $60^\circ$       В  $30^\circ$       Г  $90^\circ$
7. Кут між площинами  $\alpha$  і  $\beta$  дорівнює  $30^\circ$ ; точка  $A$ , що лежить у площині  $\alpha$ , віддалена від площини  $\beta$  на 6 см (рис. 4). Знайдіть відстань від точки  $A$  до лінії перетину площин.
- А 12 см      Б 3 см      В 9 см      Г  $\frac{12}{\sqrt{3}}$  см
8. Похила  $AB$  завдовжки  $8\sqrt{3}$  см утворює з площиною кут  $60^\circ$  (рис. 5). Знайдіть відстань  $AC$  від кінця похилої до площини.
- А 16 см      Б 12 см      В  $4\sqrt{3}$  см      Г  $4\sqrt{6}$  см

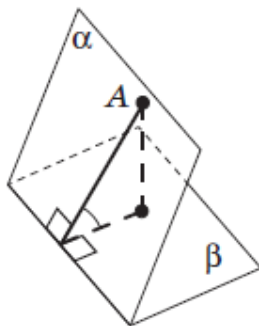


Рис. 4

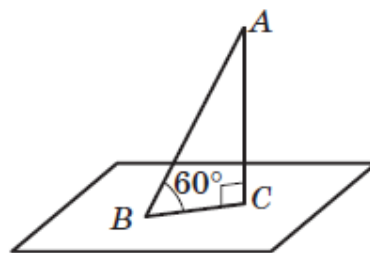


Рис. 5

9. З однієї точки до площини проведено дві рівні похилі. Кут між ними становить  $60^\circ$ , а кут між їхніми проекціями —  $90^\circ$ . Знайдіть кути між похилими і площиною.
- А  $30^\circ$       Б  $60^\circ$       В  $45^\circ$       Г  $90^\circ$
10. Трикутник  $A_1 BC$  площею  $4 \text{ см}^2$  — ортогональна проекція трикутника  $ABC$  на площину  $\alpha$ . Знайдіть площу трикутника  $ABC$ , якщо кут між площинами  $ABC$  і  $\alpha$  дорівнює  $60^\circ$ .
- А  $2 \text{ см}^2$       Б  $8 \text{ см}^2$       В  $\frac{8}{\sqrt{3}} \text{ см}^2$       Г  $4\sqrt{3} \text{ см}^2$

11. Рівнобедрені трикутники  $ABC$  і  $ASC$  мають спільну основу;  $SB \perp (ABC)$  (рис. 6). Укажіть лінійний кут двогранного кута з ребром  $AC$ .

А  $SAB$

Б  $SKB$

В  $SCB$

Г  $BAC$

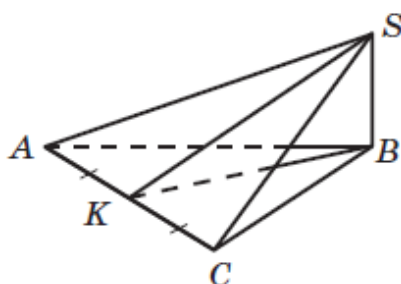


Рис. 6

12. Кожне ребро тетраедра дорівнює 3 см. Знайдіть відстань від його вершини до протилежної грані.

А  $3\sqrt{3}$  см

Б  $3\sqrt{2}$  см

В  $\sqrt{6}$  см

Г 3 см

Варіант 2

1. До площини ромба  $ABCD$  проведено перпендикуляр  $SB$ ;  $BK \perp DC$  (рис. 7). Укажіть відстань від точки  $S$  до прямої  $DC$ .

А  $SC$

Б  $SK$

В  $SB$

Г Інша відповідь

2. Дано дві площини  $\alpha$  і  $\beta$ ;  $\alpha \perp \beta$ ;  $c$  — пряма перетину площин;  $B \in \beta$ ,  $BC \perp c$  (рис. 8). Чи правильно, що  $BC$  — відстань від точки  $B$  до площини  $\alpha$ ?

А Ні

Б Так

В Не можна визначити

Г Інша відповідь

3. Дано куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  зі стороною 6 см (рис. 9). Знайдіть відстань між  $DD_1$  і  $BC$ .

А 12 см

Б 3 см

В 6 см

Г  $6\sqrt{2}$  см

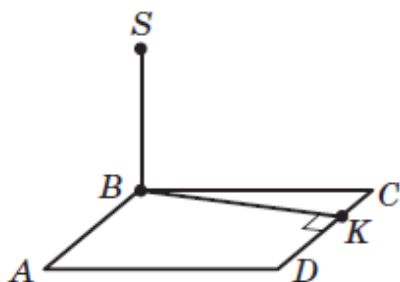


Рис. 7

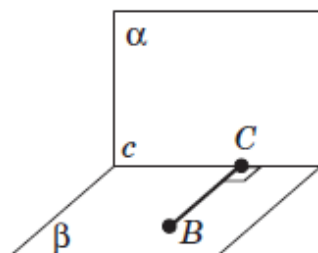


Рис. 8

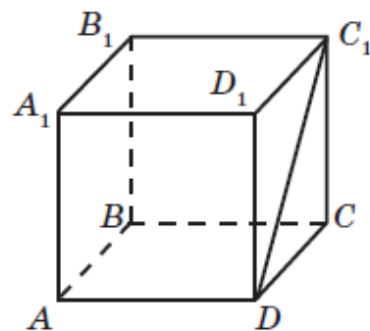


Рис. 9



11.  $ABCD$  — квадрат,  $O$  — точка перетину його діагоналей,  $SO \perp (ABCD)$  (рис. 12). Укажіть лінійний кут двогранного кута з ребром  $DC$ .

А  $SDO$

Б  $SKO$

В  $SCO$

Г  $OCD$

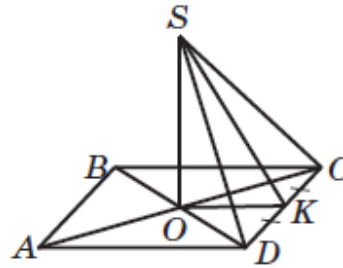


Рис. 12

12. Три ребра тетраедра  $SA$ ,  $SB$ ,  $SC$  є взаємно перпендикулярними й дорівнюють 6 см. Знайдіть відстань від вершини  $S$  до площини  $ABC$ .

А 6 см

Б  $3\sqrt{2}$  см

В  $2\sqrt{3}$  см

Г  $2\sqrt{6}$  см.

## КОНТРОЛЬНА РОБОТА З ГЕОМЕТРІЇ №2

### Перпендикулярність прямих і площин у просторі

#### Варіант 1

#### Початковий і середній рівні

У завданнях 1–6 зазначте правильну відповідь.

1. Похила завдовжки 12 м утворює з площиною кут  $30^\circ$  (рис. 1). Знайдіть довжину проєкції цієї похилої на площину.

А 6 м

Б  $6\sqrt{3}$  м

В 24 м

Г  $12\sqrt{3}$  м

2. Дано квадрат  $ABCD$ ;  $SO \perp (ABC)$ ;  $OF \perp CD$  (рис. 2). Довжина якого із зазначених відрізків є відстанню від точки  $S$  до прямої  $DC$ ?

А  $SD$

Б  $SF$

В  $SC$

Г  $SO$

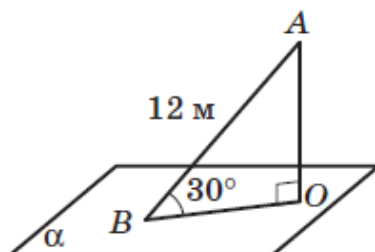


Рис. 1

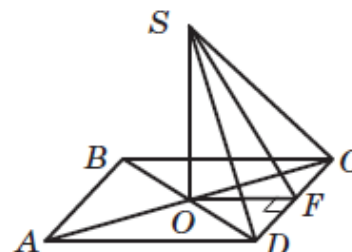


Рис. 2

3. Двогранний кут дорівнює  $45^\circ$ . На одній із його граней дано точку, розташовану на відстані 6 см від другої грані. Знайдіть відстань від цієї точки до ребра двогранного кута.

А  $6\sqrt{2}$  см

Б  $\sqrt{2}$  см

В 6 см

Г 3 см



4. Дано куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  з ребром 8 см (рис. 3). Знайдіть відстань між прямими  $BC$  і  $A_1 D_1$ .

А  $8\sqrt{2}$  см      Б 8 см      В 6 см      Г 10 см

5. Площини  $\alpha$  і  $\beta$  взаємно перпендикулярні, точка  $A$  розташована на відстані 10 см від лінії перетину площин і на відстані 6 см від площини  $\alpha$  (рис. 4). Знайдіть відстань від точки  $A$  до площини  $\beta$ .

А 7 см      Б 8 см      В 6 см      Г 2 см

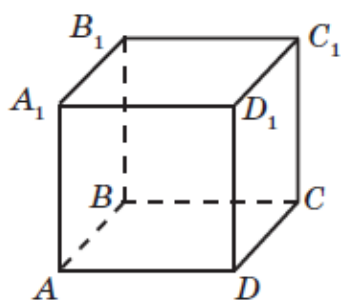


Рис. 3

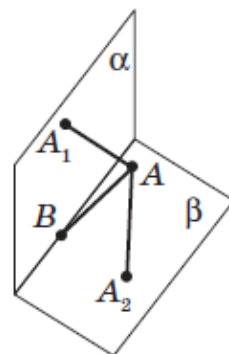


Рис. 4

6. Кут  $ABC$  — лінійний кут двогранного кута з ребром  $m$ . Яким є взаємне розміщення прямої  $m$  і площини  $ABC$ ?

- А Пряма паралельна площині  
 Б Пряма і площина перпендикулярні  
 В Пряма лежить у площині  
 Г Інша відповідь

*Достатній рівень*

7. Точка  $S$  рівновіддалена від сторін ромба  $ABCD$  і розташована на відстані 12 см від площини ромба. Знайдіть відстань від точки  $S$  до сторін ромба, якщо висота ромба дорівнює 10 см.
8. Ортогональною проекцією даного трикутника, площа якого становить  $36\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>, є прямокутний трикутник, один із катетів якого дорівнює 12 см, а медіана, проведена до гіпотенузи, — 7,5 см. Знайдіть кут між площинами цих трикутників. Чи може даний трикутник бути правильним?

*Високий рівень*

9. У прямокутному паралелепіпеді  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $AB = a$ ,  $AA_1 = c$ . Знайдіть відстань між прямими  $AB_1$  і  $BC$ .

Варіант 2

Початковий і середній рівні

У завданнях 1–6 зазначте правильну відповідь.

1. Похила  $AB$  завдовжки  $4\sqrt{3}$  см утворює з площиною кут  $60^\circ$  (рис. 5). Знайдіть  $AO$  — відстань від кінця похилої до площини.

А 8 см                      Б 6 см                      В  $2\sqrt{3}$  см                      Г  $2\sqrt{6}$  см

2. До площини правильного трикутника  $ABC$  проведено перпендикуляр  $SA$ ,  $AK \perp BC$  (рис. 6). Довжина якого із зазначених відрізків є відстанню від точки  $S$  до прямої  $BC$ ?

А  $SC$                       Б  $SK$                       В  $SB$                       Г  $SA$

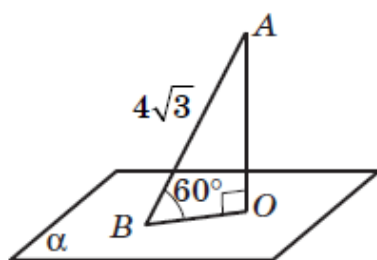


Рис. 5

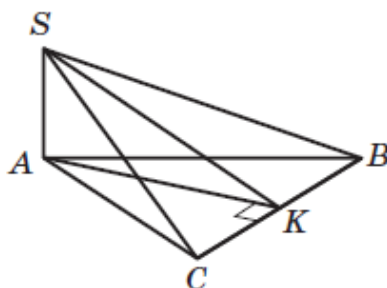


Рис. 6

3. Точка, яка лежить на одній із граней двогранного кута, розташована на відстані 14 см від ребра і на відстані 7 см від другої грані. Знайдіть величину двогранного кута.

А  $90^\circ$                       Б  $45^\circ$                       В  $60^\circ$                       Г  $30^\circ$

4. Дано куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  з ребром 5 см (рис. 7). Знайдіть відстань між прямими  $DC$  і  $B_1 C_1$ .

А 10 см                      Б 5 см                      В 15 см                      Г 8 см

5. Точка  $A$  рівновіддалена від двох взаємно перпендикулярних площин  $\alpha$  і  $\beta$  та віддалена від лінії перетину цих площин на відстань  $10\sqrt{2}$  см (рис. 8). Знайдіть відстань від точки  $A$  до кожної з даних площин.

А 5 см                      Б 10 см                      В  $5\sqrt{2}$  см                      Г 16 см

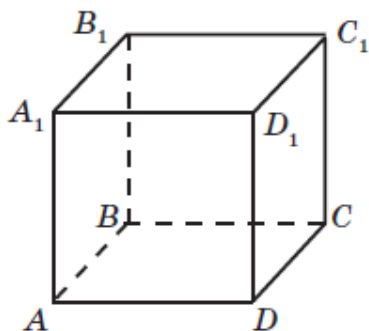


Рис. 7

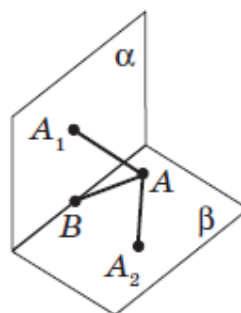


Рис. 8

6. Кут  $MKN$  — лінійний кут двогранного кута з ребром  $s$ . Яким є взаємне розміщення площини  $MKN$  і прямої  $s$ ?
- А Пряма лежить у площині
  - Б Пряма паралельна площині
  - В Пряма перпендикулярна до площини
  - Г Інша відповідь

*Достатній рівень*

7. Точка  $S$  рівновіддалена від сторін квадрата  $ABCD$  і розташована на відстані 2 см від площини квадрата. Знайдіть відстань від точки  $S$  до сторони квадрата, якщо сторона квадрата дорівнює 2 см.
8. Ортогональною проекцією даного трикутника є прямокутний трикутник, гіпотенуза якого дорівнює 15 см, а катет — 9 см. Кут між площинами трикутників становить  $30^\circ$ . Знайдіть площу даного трикутника. Чи може даний трикутник бути правильним?

*Високий рівень*

9. У прямокутному паралелепіпеді  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $AB = a$ ,  $AD = b$ . Знайдіть відстань між прямими  $AA_1$  і  $BD_1$ .